

Teknisk bilag til artiklen ”Ny model for ATP-pensionen giver ikke højere pensioner”

Esben Masotti Kryger

Allan Japhetson

Jacob Lester

Mikkel Svenstrup

8. august 2025

1 Introduktion

Dette er ATP’s bud på en specifikation af nogle af de beregninger, som præsenteres i artiklen ”Ny model for ATP-pensionen” af Hebsgaard, Ramlau-Hansen og Rangvid fra Finans/Invest, februar 2025 (herefter ”HRR2025”). Mere specifikt er det varianterne ”Ny ATP-model (v.1)” og ”Nuværende ATP-model, scenario 2”, som specificeres. Andre varianter kan forholdsvis let tilføjes. Specifikationen er opstået i dialog med artiklens forfattere. Desuden specificeres og beregnes nogle varianter, som ikke fremgår af artiklen, men som efter vores mening er mere retvisende repræsentationer af ATP’s pensionsprodukt og investeringsstrategi. Endelig er rammen udvidet med en udbetalingsfase.

Dispositionen er som følger: Først er selve den matematiske specifikation i afsnit 2, dernæst i afsnit 3 de parametre, som definerer de to nævnte varianter. I afsnit 4 er resultaterne angivet og sammenstillet med artiklens resultater.

Herefter præsenteres i afsnit 5 de alternative parameteriseringer, som indenfor den begrænsede modelramme giver den mest retvisende repræsentation af ATP.

2 Specifikation af modelramme

Der opereres med to nominelle konti, opsparing og bonuspotentiale, som betegnes $S(t)$ hhv. $B(t)$, idet t angiver tidspunktet. Der er en nominal bidragsproces, $C(t)$. Bidragene fordeles efter en nøgle med ikke-negative værdier: $c_s(t)$, $c_b(t)$, som angiver andelen af bidraget, der tilgår opsparingen hhv. bonuspotentialet. Vi vil således kræve, at $c_s(t) + c_b(t) = 1$ for ethvert t . Begge konti starter med en andel af det første bidrag:

$$\begin{aligned} S(t_0) &= c_s(t_0)C(t_0) \\ B(t_0) &= c_b(t_0)C(t_0). \end{aligned}$$

På tidspunkt t investeres $S(t)$ og $B(t)$ med andele $\pi_s(t)$ hhv. $\pi_b(t)$ i de tilgængelige aktiver. De to π -processer har således samme dimensioner som antallet

af tilgængelige aktiver. Gearing er tilladt, så koordinaterne i π -processerne må gerne være negative, men skal summere til 1. Investeringerne resulterer i en relativ afkastproces for hver konto, efter skat og omkostninger, som betegnes $r_s(t)$ hhv. $r_b(t)$, idet t indikerer at afkastet er for en periode, som afsluttes på tidspunkt t og også tilskrives kontoen på det tidspunkt. Bemærk at der antages kontinuert rebalancering, men kun diskret ændring af $\pi_s(t)$ og $\pi_b(t)$:

$$\begin{aligned} r_s(t_i) &= \exp \left(\mathbf{m}_s(t_{i-1}) - \frac{s_s(t_{i-1})^2}{2} + s_s(t_{i-1}) (W_1(t_i) - W_1(t_{i-1})) \right) - 1 \\ r_b(t_i) &= \exp \left(\mathbf{m}_b(t_{i-1}) - \frac{s_b(t_{i-1})^2}{2} + s_b(t_{i-1}) \right. \\ &\quad \left. \left(\rho (W_1(t_i) - W_1(t_{i-1})) + \sqrt{1 - \rho^2} (W_2(t_i) - W_2(t_{i-1})) \right) \right) - 1. \end{aligned}$$

De to konti opdateres som følger:

$$\begin{aligned} S(t_i^-) &= S(t_{i-1}^+) [1 + (r_s(t_i))] (1 + s(t_i)) + c_s(t_i) C(t_i) \\ B(t_i^-) &= B(t_{i-1}^+) [1 + (r_b(t_i))] (1 + s(t_i)) + c_b(t_i) C(t_i), \end{aligned}$$

Her er $s(t_i)$ en ikke-negativ overlevelsesgevinst. Tøptegnet i t_i^- indikerer, at der skal ske noget mere, nemlig bonustilskrivning. Hvis bonusgraden, forholdet B/S overstiger en grænse, F , på tidspunkt t , nedbringes bonusgraden til F ved at overføre midler, $D(t)$, fra bonuskontoen, $B(t)$ til opsparingen, $S(t)$, som følger:

$$\begin{aligned} S(t) &= S(t^-) + D(t) \\ B(t) &= B(t^-) - D(t) \\ D(t) &= \frac{(B(t^-) - FS(t^-))^+}{1 + F}. \end{aligned}$$

Bemærk at bonussatsen er $\frac{D(t)}{S(t^-)} = \left(\frac{B(t^-)/S(t^-) - F}{1 + F} \right)^+$. Bemærk også, at der kun udloddes bonus een gang årligt, selvom det ikke fremgår ikke eksplicit af denne specifikation, som på dette punkt er skrevet op imod årsskridt. Slutteligt kan der ske udbetalinger, p , fra opsparingskontoen som følger. Bemærk at disse ikke er omfattet af HRR2025.

$$\begin{aligned} S(t^+) &= S(t) - \kappa(t)p(t) \\ B(t^+) &= B(t) - (1 - \kappa(t))p(t) \\ p(t) &= \frac{S(t) + B(t)}{a(t)} 1_{R(t) \leq 0} \\ a(t) &= \sum_{x=t-t_0+25}^M d(t, x) \bar{S}(t, x) (1 + i)^{x-t} \\ d(t, x) &= (1 + \mathbb{E} \{r_s(t+1)\})^{-(x-t)} \\ \bar{S}(t, x) &= \prod_{y=t}^{x-1} (1 + s(y))^{-1} \\ \kappa(t) &= \min \left\{ \frac{FS(t) + p(t) - B(t)}{p(t)(1 + F)}, 1 \right\} \end{aligned}$$

Her angiver $R(t)$ antallet af år til pensionering, så der udbetales på pensioneringstidspunktet og derefter. $a(t)$ repræsenterer prisen (ved alder $t - t_0 + 25$ på tidspunkt t) for en straks-startende annuitet, som vokser med årlig rate i , med een årlig udbetaling indtil maksimal alder M . Den beregnes som den tilbage-diskonterede værdi af en overlevelsesbetinget betalingsstrøm, som vokser med årlig rate i . Som tilbagediskonteringsrente (i $d(t, x)$) benyttes næste periodes forventede opsparingsafkast og overlevelsessandsynlighederne mellem tid t og x , $\bar{S}(t, x)$, beregnes konsistent med overlevelsesgevinsterne s . Endelig angiver κ den andel af udbetalingen, som trækkes fra opsparingen, S , idet resten trækkes fra bonuskontoen. Det er umiddelbart oplagt at trække hele udbetalingen fra opsparingskontoen, men i høje aldre vil det øge bonusgraden markant, så κ sættes så bonusgraden efter udbetaling ikke overstiger grænsen F . Bemærk også, at det er en andel af den samlede formue, $S + B$, der udbetales (p).

3 Parameterisering

De angivne parametre definerer "Ny ATP-model (v. 1)", medens de forskelle i parametre, som indebærer "Nuværende ATP-model, scenario 2", er angivet i slutningen af afsnittet.

$$C(t) = 0.92\Delta \cdot 10.000 \cdot I(t)1_{R(t)>0}$$

(bidrag, jf. artiklens s. 19, idet alder skal være lavere end pensionsalderen.)
(bemærk arbejdsmarkedsbidrag på 8 pct.)

$$I(t) = (1.02 \cdot 1.01)^{t-t_0} \quad (\text{lønindeks, jf. artiklens s. 19.})$$

$$R(t) = \text{år til pensionering på tid } t.$$

$$= 74 - (t - t_0 + 25)$$

$$= 49 - (t - t_0)$$

$$c_s(t) = 1 \quad (\text{bidragsandel i "opsparing", jf. artiklens s. 19.})$$

$$(\text{For "nuværende ATP" dog 0.8, jf. artiklens s. 20})$$

$$c_b(t) = 1 - c_s(t)$$

$$W(\cdot) = \text{en 2-dim. Wiener proces med } W(t_0) = 0$$

$$\rho = 0.65 \text{ jf. artiklens s. 20}$$

$$m_s(t) = \mu' \pi_s(t)$$

$$m_b(t) = \mu' \pi_b(t)$$

$$s_s(t) = \sqrt{\pi_s(t)' V \pi_s(t)}$$

$$s_b(t) = \sqrt{\pi_b(t)' V \pi_b(t)}$$

$$\zeta = (0.02, 0.065, 0.035, 0.065)$$

$$\mu = [\zeta - e] (1 - x) \quad (\text{efter skat og omkostninger})$$

$$e = (0.0, 0.0049, 0.0023, 0.0049) \quad (\text{omkostninger})$$

$$V = (1 - x)^2 \begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.18^2 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.08^2 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & (0.2/(1 - x))^2 \end{pmatrix},$$

(kontanter, aktier, obligationer, bonuspotentiale

med afkast deduceret ud fra artiklens s. 19

og for bonuspotentiale: tabel 2, scenario 2, s. 20.

idet den angivne standardafvigelse opfattes som efter skat.)

$$\pi_s(t) = (\eta \cdot l, (1 - \eta) \cdot l \cdot (1 - \beta(t)), (1 - \eta) \cdot l \cdot \beta(t) + (1 - l), 0)$$

(kontanter, aktier, obligationer, bonuspotentiale)

$l = 1$ (andel i "markedsrente", i modsætning til garantier/obligationer, jf. artiklens s. 18.

(For "nuværende ATP" dog 0.25, jf. artiklens s. 20)

$\eta = 0$ (kontantandel i markedsrente)

$$\pi_b(t) = (1 - \alpha(t), 0, 0, \alpha(t))$$

(kontanter, aktier, obligationer, bonuspotentiale)

$$\beta(t) = \min \left\{ \max \left\{ 1 - \frac{0.85}{15} R(t), 0.15 \right\}, 1.0 \right\}$$

(obligationsandel, som således ikke kun afhænger af tiden,

men dog af en deterministisk funktion af tiden, jf. artiklens s. 19-20.

Bemærk hvordan denne kunne se lidt anderledes ud

med en kortere skridtlængde end eet år.)

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1, & \text{hvis } \frac{B(t)}{S(t)} \geq 0.15 \\ 0.5, & \text{hvis } 0.1 \leq \frac{B(t)}{S(t)} < 0.15 \\ 0.25, & \text{hvis } 0.05 \leq \frac{B(t)}{S(t)} < 0.1 \\ 0, & \text{hvis } \frac{B(t)}{S(t)} < 0.05 \end{cases}$$

(eksponering i bonuspotentiale-aktivet,

som således ikke kun afhænger af tiden,

men af en stokastisk variabel med tidslig dimension,

jf. artiklens Tabel 2, scenarierne 1, 2 og 4.)

$$s(\cdot) = \begin{bmatrix} 0.0002552339 & 0.0002390043 & 0.0002169078 & 0.0001944779 & 0.0001855930 \\ 0.0001841713 & 0.0002029976 & 0.0002224322 & 0.0002502534 & 0.0002655580 \\ 0.0002899889 & 0.0002916310 & 0.0003115093 & 0.0003277948 & 0.0003539399 \\ 0.0003723903 & 0.0003843008 & 0.0003972788 & 0.0004148476 & 0.0004148896 \\ 0.0004284789 & 0.0004374996 & 0.0004580930 & 0.0005394566 & 0.0004902632 \\ 0.0005822300 & 0.0006233176 & 0.0006629255 & 0.0007117942 & 0.0008010584 \\ 0.0009067364 & 0.0010615970 & 0.0012685731 & 0.0015176769 & 0.0018090410 \\ 0.0021314068 & 0.0024327204 & 0.0027341670 & 0.0030441770 & 0.0036066422 \\ 0.0039764994 & 0.0044704119 & 0.0049034065 & 0.0051424867 & 0.0053572967 \\ 0.0053610602 & 0.0053631160 & 0.0053820907 & 0.0054448431 & 0.0056746833 \\ 0.0059684863 & 0.0066846617 & 0.0072295740 & 0.0081043454 & 0.0092112054 \\ 0.0107532134 & 0.0128015495 & 0.0153710770 & 0.0188408685 & 0.0234255088 \\ 0.0297184052 & 0.0379791829 & 0.0489987420 & 0.0624583517 & 0.0776184697 \\ 0.0960132751 & 0.1188109385 & 0.1469940403 & 0.1832688705 & 0.2314717547 \\ 0.2887287546 & 0.3373897937 & 0.3878611128 & 0.4447551025 & 0.4009972788 \\ 0.6934489350 & 0.6341490947 & 0.6974889305 & 0.7627443286 & 0.8292005597 \\ 0.8944424228 & 0.9644336447 & 1.0269485306 & 1.0935925963 & 1.1570410909 \end{bmatrix}$$

(som er $(1 - q)/q$, hvor q er 1-års overlevelsessandsynligheder

(læses fra venstre mod højre eller m.a.o.: linje for linje)

(udledt fra Finanstilsynets unisex levetidsbenchmark for årgang 2000)

(og her angivet for alder 25 til 26, 26 til 27 osv. frem til 109 til 110).

$F = 0.25$ (bonusgrænsen, jf. artiklens s. 20.)

$\Delta = t_i - t_{i-1} = 1$ (årlige skridt.)

$x = 0.153$ (PAL-skattesats.)

$M = 110$ (den maksimale alder, som benyttes i annuitetsberegningen).

$i = 0$ (ønsket opskrivningsrate, dog for HRR v.2 benyttes $i = 0.02$).

"Nuværende ATP" fra artiklen repræsenteres med $c_s(t) = 0.8$, $l = 0.25$. (jf. artiklens s. 19-20).

4 Resultater

Tabel 1 forsøger at eftergøre HRR2025's Tabel 3 ved brug af 1 mio. scenarier. Sammenstillingen demonstrerer, at "Ny ATP (v.1)" er ca. 5,6 pct. "foran artiklen" og "nuværende ATP scenario 2" er ca. 4,5 pct. foran, i begge tilfælde opgjort ved middelværdien af samlet opsparing. Tilsvarende er standardafvigelserne ca. 6,6 hhv. 5,3 pct. højere end i artiklen. Momenterne for bonusgrad er særdeles sammenlignelige.

I forhold til *forskelle* mellem de to designs kan vi således stort set eftergøre disse. Vi får således merværdien af middelopsparingen til at være 35,6 pct. mens artiklen får 34,0 pct. Tilsvarende er merværdien af den samlede middelopsparing hos os 26,5 pct., hvor den i artiklen er 25,2 pct. Slutteligt viser vores implementering en formue-mer-standardafvigelse i "Ny ATP (v.1)" på 92 pct. sammenlignet med HRR2025's 90 pct.

Design	Opsp.	Bonusk.	Samlet	SD(samlet)	Bonusgrad	SD(bg)
Ny ATP (v.1)	583691	58369	642060	337126	10	0
Nuv. ATP sce. 2	435132	77816	512948	177848	17.5	4.7
Ny ATP (v.1)	616609	61661	678270	359212	10	0
Nuv. ATP sce. 2	454650	81466	536117	187308	17.5	4.8

Tabel 1: Sammenligning. I øverste halvdel: Artiklens resultater. I nederste halvdel: Vores resultater. Enheden er (nutids)kr, bortset fra bonusgrad-søjlerne, hvor enheden er pct. I forhold til søjleoverskrifterne i HRR2025's Tabel 3 gælder: Opsp. betyder Opsparing, Bonusk. betyder bonuskonto, Samlet betyder Samlet opsparing, SD(samlet) betyder Std. afv. samlet opsp. og SD(bg) betyder Std. afv. bonusgrad.

5 En bedre repræsentation af ATP

Den repræsentation af ATP, som HRR2025 foretager, er utilstrækkelig. Der er mindst fem punkter, hvor repræsentationen kan forbedres, selv indenfor HRR2025's simple ramme, der fokuserer på opsparing:

1. Det risikojusterede afkast på bonuspotentialet er ikke i overensstemmelse med den underliggende markedsmodel
2. Bonusgrænsen er ikke 25 pct, men 20 pct
3. Investeringsstrategien for bonuspotentialet er misrepræsenteret
4. ATP's supplerende afdækningsportefølje er ikke repræsenteret
5. Det risikojusterede afkast på bonuspotentialet er ikke i overensstemmelse med en balanceret portefølje

Det bemærkes, at repræsentationen stadig ikke er tilnærmelsesvis fuldstændig, men er tilstræbt bedst mulig indenfor den simple modelramme. De væsentligste forskelle til en fuld Asset-Liability-Management-model er fraværet af en rentekurve, fraværet af en mekanisme til at garantere nominelle cash flows på optjenings tidspunktet, fraværet af et kollektiv af personer med mange forskellige aldre (særligt ift fordeling af bonus), fraværet af stokastiske modeller for levetid og inflation, fraværet af mean reversion samt fraværet af et rigere investeringsunivers.

Udover de nævnte udvidelser er det problematisk, at HRR2025 alene betragter et opsparingsforløb, idet det er velkendt, at der også er et betydeligt afkastpotentiale i nedsparingsfasen.

I de efterfølgende afsnit præsenteres de fem forbedringer.

5.1 Risikojusteret afkast på bonuspotentialet

HRR2025 benytter (i scenario 2) en antagelse om, at forholdet mellem afkast (udover den risikofri rente) og standardafvigelse i ATP's bonuspotentiale er markant lavere end det tilsvarende forhold for aktier og i særdeleshed lavere end en blandet portefølje af aktier og obligationer, jf. Tabel 2

Portefølje	Afkast	Merafkast	Std. afv.	Risikojusteret merafkast
Aktier	0.0601	0.0401	0.180	0.223
Obligationer	0.0327	0.0127	0.080	0.159
Bonuspotentiale	0.0601	0.0401	0.236	0.170
85 pct aktier, 15 pct obligationer	0.0560	0.0360	0.153	0.235
30 pct aktier, 70 pct obligationer	0.0409	0.0209	0.078	0.269

Tabel 2: Sammenligning af risikojusterede afkast, opgjort som forholdet mellem merafkast og standardafvigelse. Alle størrelser er efter omkostninger, men før skat. Bemærk at det er intensiteter, ikke krone-afkast, der benyttes. Standardafvigelsen på bonuspotentialet er $0.2/(1-0.153)$, idet de af HRR2025 angivne 20 pct. opfattes som værende efter skat.

På baggrund af størrelserne i Tabel 2 ændres afkastet på bonuspotentialet, så det svarer til samme risikokompensation som HRR2025's 85-15-portefølje¹. Konkret er ændringen, at den sidste koordinat i ζ , ændres til

$$\zeta[4] = 0.0803,$$

idet det risikojusterede merafkast derved bliver:

$$\frac{0.0803 - 0.0049 - 0.02}{0.236} \approx 0.235$$

som ønsket.²

5.2 Bonusgrænse

En sænkning af bonusgrænse fra 25 pct. til 20 pct. kan foretages ved at ændre parameteren F fra 0.25 til 0.20.

5.3 Repræsentation af investeringsstrategien for bonuspotentialet

HRR repræsenterer investeringsstrategien via en "risikotrappe", jf. artiklens Tabel 2. Denne trappe er forkert på mindst to måder:

1. Det ønskede relative risikoniveau er konstant, fremfor at variere med bonusgraden.
2. Det ønskede niveau for relativ risiko har ikke en top svarende til en standardafvigelse på 20 pct. efter skat (som HRR2025 antager), men 30 pct. før skat³.

¹Bemærk at dette er konservativt ift. at vælge en risikomæssigt balanceret portefølje, der i høj grad ligner den, ATP faktisk har, nemlig 30 pct. aktier og 70 pct. obligationer, jf. tabellens nederste linje.

²Det bemærkes, at kalibreringen alternativt kunne have været lavet på årlige kroneafkast og evt. uden omkostningsfradrag. Det bemærkes endvidere, at et alternativ er at beregne r_b vha. underliggende aktie- og obligationsmarkeder, hvorved den indbyrdes korrelationskoefficient med r_s kunne beregnes endogent (og tidsvarierende). Vi har dog valgt at blive indenfor HRR2025's modelramme.

³I ATP er niveauet 40 pct. opgjort som expected shortfall 99 pct på tre måneders horisont. Under visse antagelser er dette ækvivalent med de 30 pct. årlig standardafvigelse, som benyttes her.

Disse forbehold adresseres i det efterfølgende. Ændringerne indføres i to skridt som følger:

Konstant relativ eksponering Konstant relativ eksponering opnås ved at ændre $\alpha(t)$ fra den bonusgrad-varierende funktion angivet ovenfor til en konstant med værdien 1:

$$\alpha(t) = 1.$$

Eksponering på passende niveau Eksponering på passende niveau opnås ved følgende to sammenhængende ændringer:⁴

- bonuspotentialets varians ændres i V fra 0.2^2 til

$$V[4, 4] = (0.3(1 - x))^2.$$

Øvrige elementer i V er uforandrede.

- bonuspotentialets middelfkast ændres i ζ til

$$\zeta[4] = 0.0953,$$

hvorved det risikosteret merafkast efter omkostninger fortsat er:

$$\frac{0.0953 - 0.0049 - 0.02}{0.3} \approx 0.235$$

som ønsket.

5.4 Supplerende afdækningsportefølje

ATP indførte i 2023 en supplerende afdækningsportefølje, hvis formål er at påtage sig markedsrisiko med "det lange lys" på. HRR2025 negligerer tilstedeværelsen af den supplerende afdækningsportefølje, som f.eks. beskrevet i Johansen og Svenstrup (2023): "Kommentar til "ATP: Investeringsafkast og ny model for opsparing"", Finans/Invest, 1/23.

I den simple ramme, der fokuserer på opsparing ved pensionering, kan den supplerende afdækningsportefølje enklest repræsenteres ved at ændre funktionen α som følger:

$$\alpha(t) = 1 + \frac{0.05625}{\max\{0.01, B(t)/S(t)\}}.$$

Herved forøges det absolutte risikoniveau typisk med ca. 30 pct., men potentielt mere.⁵

⁴Det bemærkes, at eksponeringsændringen kunne have været indført på andre måder, f.eks. ved at beregne r_b vha. underliggende aktie- og obligationsmarkeder, hvorved den indbyrdes korrelationskoefficient med r_s kunne beregnes endogent (og tidsvarierende). Vi har dog valgt at blive indenfor HRR2025's modelramme.

⁵Forholdet mellem risikoniveauet i SAP og BP er: $\frac{0.025\tilde{S}}{0.4B} = \frac{0.0625S}{B} \frac{\tilde{S}}{S} = \frac{0.0625S}{B} 0.9 = \frac{0.05625S}{B}$, idet $\tilde{S}$ er hensættelsen fraregnet ikke-garanterede produkter. Den antages for denne forenkling skyld at være 90 pct. af den samlede hensættelse. Da B kan blive nul eller negativt i yderst sjældne tilfælde, sættes en nedre grænse på B/S ved et lavt tal, her 1 pct.

5.5 Balanceret portefølje

I ovenstående benyttes forsigtigt et risikojusteret merafkast på bonuspotentialet svarende til en aktietung portefølje. Det er mere retvisende for ATP's porteføljekonstruktion at benytte en balanceret portefølje. På baggrund af størrelserne i Tabel 2 ændres afkastet på bonuspotentialet, så det svarer til samme risikokompensation som Hen portefølje med 30 pct. aktier og 70 pct. obligationer, jf. tabellens nederste linje. Konkret er ændringen, at den sidste koordinat i ζ , ændres til

$$\zeta[4] = 0.1056,$$

idet det risikojusterede merafkast derved bliver⁶:

$$\frac{0.1056 - 0.0049 - 0.02}{0.3} \approx 0.269$$

som ønsket.

6 Udbetalingsfase

I dette afsnit defineres summen af de overlevelsesvægtede udbetalinger:

$$\Theta = \sum_{t=t_R}^{t_R+(M-74)} \frac{p(t)}{I(t)} \bar{S}(t_R, t),$$

hvor $t_R = 74 - (t_0 + 25)$ er året for pensionering.

7 Deterministisk illustration

De forventede afkast i figuren er opstået som følger:

De årlige middelafrast efter skat og omkostninger benyttes ved at sætte volatiliteterne s_s og s_b lig nul, jf. afsnit 3. Det betyder f.eks., at for HRR2025 er afkastet for unge

$$\exp[(0.15 \cdot 0.0327 + 0.85 \cdot 0.0601) \cdot (1 - 0.153)] - 1 \approx 4.86\%,$$

og lineært aftagende de sidste 15 år imod pensionering imod

$$\exp[0.0327 \cdot (1 - 0.153)] - 1 \approx 2.80\%.$$

For ATP-repræsentationen fås afkast på opsparingen, som for de yngste er

$$\exp[((0.75 + 0.25 \cdot 0.15) \cdot 0.0327 + 0.25 \cdot 0.85 \cdot 0.0601) \cdot (1 - 0.153)] - 1 \approx 3.32\%,$$

og lineært aftagende de sidste 15 år imod pensionering imod

$$\exp[0.0327 \cdot (1 - 0.153)] - 1 \approx 2.80\%.$$

⁶Det bemærkes, at eksponeringsændringen kunne have været indført på andre måder, f.eks. ved at beregne r_b vha. underliggende aktie- og obligationsmarkeder, hvorved den indbyrdes korrelationskoefficient med r_s kunne beregnes endogent (og tidsvarierende). Vi har dog valgt at blive indenfor HRR2025's modelramme.

For bonuskontoen i ATP er afkastet 10.07 pct. efter omkostninger for den finansierede del og for den gearede del via supplerende afdækning 8.07 pct. Sidstnævnte antages her at vægte med 7.5, idet forholdet mellem opsparing og bonuskonto (B/S) i middel er ca. 7.5 i de underliggende simulationer ($100/13.4 \approx 7.5$)

$$\exp[(0.1007 + 0.0807 \cdot 7.5 \cdot 0.05625)(1 - 0.153)] - 1 \approx 12.07\%.$$

Afkast på opsparing og bonuskonto i ATP skal sammenvægtes og her er bonuskontoens andel så ca. $1/8.5$, hvorved det vægtede afkast aftager fra

$$\frac{12.07\% + 7.5 \cdot 3.32\%}{8.5} \approx 4.35\%$$

for de yngste, lineært de sidste 15 år imod pensionering imod

$$\frac{12.07\% + 7.5 \cdot 2.80\%}{8.5} \approx 3.90\%.$$

For at beregne den indre rente skal nedsparingsforløbet også kendes og her benyttes en udbetalingsprofil med et forventet afkast svarende til de flade linjer på 2.8 hhv. 3.8 pct. og en unisex dødelighed svarende til Finanstilsynets benchmark.